RINFORZO DI UN SOLAIO IN LEGNO CON CAPPA IN CALCESTRUZZO

Luigi Coppola

Dati:

P_n = carico accidentale + peso proprio nuovo pavimento

P_v = carico accidentale + peso proprio vecchio pavimento

$\Delta P = P_n - P_v$ = peso proprio nuovo pavimento - peso proprio vecchio pavimento

$P_{l(0)}, P_{c(0)}, P_{l(\infty)}, P_{c(\infty)}$ = carichi di verifica assorbiti dal solaio in legno (l) e dalla soletta in c.a. (c) a tempo infinito (∞) e all'entrata in esercizio (0).

γ_c = peso specifico della soletta in c.a.
s = spessore della soletta in c.a.
b = base complessiva dei travetti in legno su una fascia unitaria di solaio
L = luce del solaio
h = altezza dei travetti in legno
E_l, E_c = modulo elastico del legno (l) e del calcestruzzo (c)
φ_l, φ_c = rapporto tra deformazione viscosa e deformazione elastica istantanea del legno (l) e del calcestruzzo (c)
m = rapporto tra modulo elastico dell'acciaio e del calcestruzzo
M_r = momento flettente al limite di linearità della sezione in c.a.
M_f = momento flettente massimo dovuto ai carichi nella soletta in c.a.
$\lambda_{l(0)}, \lambda_{c(0)}, \lambda_{l(\infty)}, \lambda_{c(\infty)}$ = aliquota del carico P_n assorbita dal solaio in legno (l) e dalla soletta in c.a. (c) in esercizio (0) e a tempo infinito (∞).

All'entrata in esercizio si ha:

$$1) \quad \begin{cases} P_{l(0)} = \gamma_c \cdot s + \lambda_{l(0)} P_n \\ P_{c(0)} = 0 + \lambda_{c(0)} P_n \end{cases}$$

I valori di λ possono essere desunti dal seguente sistema:

A) all'entrata in esercizio

$$\begin{cases} \lambda_{l(0)} + \lambda_{c(0)} = 1 \\[2ex] \dfrac{\lambda_{l(0)}}{\lambda_{c(0)}} = \dfrac{E_l b h^3}{E_c \cdot s^3} \end{cases} \qquad \begin{cases} \lambda_{l(0)} = \dfrac{1}{1 + E_c \cdot s^3/(E_l \cdot b \cdot h^3)} \\[2ex] \lambda_{c(0)} = \dfrac{1}{1 + E_l \cdot b \cdot h^3/(E_c \cdot s^3)} \end{cases}$$

B) a tempo infinito

$$\begin{cases} \lambda_{l(\infty)} + \lambda_{c(\infty)} = 1 \\[2ex] \dfrac{\lambda_{l(\infty)}}{\lambda_{c(\infty)}} = \dfrac{E_l \cdot b \cdot h^3}{E_c \cdot s^3} \dfrac{\varphi_c}{\varphi_l} \end{cases} \qquad \begin{matrix} \lambda_{l(\infty)} = \dfrac{1}{1 + (E_c \cdot s^3)/(E_l \cdot b \cdot h^3) \cdot \varphi_l/\varphi_c} \\[2ex] \lambda_{c(\infty)} = \dfrac{1}{1 + (E_l \cdot b \cdot h^3)/(E_c \cdot s^3) \cdot \varphi_c/\varphi_l} \end{matrix}$$

A tempo infinito si ha:

$$2) \quad \begin{cases} P_{l(\infty)} = \lambda_{l(\infty)}\gamma_c \cdot s + \lambda_{l(\infty)}P_n \\[1ex] P_{c(\infty)} = \lambda_{c(\infty)}\gamma_c \cdot s + \lambda_{c(\infty)}P_n \end{cases}$$

Il problema che si pone è il seguente:

$$P_{l(0)} \lesseqgtr P_{l(\infty)} \qquad (*)$$

ovvero:

$$P_{c(0)} \gtreqless P_{c(\infty)} \qquad (**)$$

Il problema non è di semplice soluzione in quanto la ridistribuzione del carico dipende dalla rigidezza delle due strutture la quale a sua volta dipende dallo spessore della soletta in c.a. (s) che è un'incognita del problema.

L'equazione (**) può essere riscritta come segue:

$$\lambda_{c(0)} P_n \gtreqless \lambda_{c(\infty)}\gamma_c \cdot s + \lambda_{c(\infty)} P_n$$

$$\frac{\lambda_{c(0)}}{\lambda_{c(\infty)}} \gtreqless \frac{\gamma_c \cdot s}{P_n} + 1$$

Sostituendo ai vari λ i valori desunti sulla base delle rigidezze delle due strutture, si ha:

$$\underbrace{\frac{\cancel{1}}{1 + E_c \cdot s^3/(E_l \cdot b \cdot h^3)} \cdot \frac{1 + E_l b h^3/(E_c \cdot s^3) \cdot \varphi_c/\varphi_l}{\cancel{1}}}_{X} \gtreqless \underbrace{\frac{\gamma_c \cdot s}{P_n}}_{Y} + 1 \quad (***)$$

Il secondo membro (Y) dell'equazione (***) è una quantità sicuramente maggiore di 1; il primo membro , invece, risulta maggiore o minore di 1 a seconda se risulta rispettivamente φ_c/φ_l maggiore o minore di 1.

Più precisamente:

a) se $\varphi_c/\varphi_l > 1$ nulla si può dire sulla disuguaglianza (***): entrambi i termini X ed Y, infatti, saranno maggiori di 1;

b) se $\varphi_c/\varphi_l < 1$ allora:

$$X < Y$$

cioè:

$$P_{c(o)} < P_{c(\infty)}$$

ovvero:

$$P_{l(o)} > P_{l(\infty)} \qquad (****)$$

E' fondamentale che si verifichi la (****) in quanto l'obiettivo del rinforzo è quello di alleviare il carico del solaio rispetto alla situazione originaria, sia a tempo 0 che a tempo ∞.

Questa condizione equivale ad imporre:

$$P_l < P_v \qquad (1)$$

ovvero:

$$P_c > P_n + \gamma_c \cdot s - P_v$$

Per la soletta in c.a. si deve imporre:

$$M_f < M_r \qquad (2)$$

entrambe le precedenti equazioni verificate a $t = 0$ e $t = \infty$:

$$\begin{array}{ll} P_{l(0)} < P_v & P_{c(0)} L^2/8 < M_r \\ P_{l(\infty)} < P_v & P_{c(\infty)} L^2/8 < M_r \end{array} \qquad (3)$$

Il momento resistente ammissibile vale:

$$M_r = N_c(s' - y/3) = \sigma_c/2 \cdot m\beta^2 s^2/(\sigma_f/\sigma_c + m)^2 \cdot (\sigma_f/\sigma_c + 2/3\ m) \qquad (4)$$

L'area del ferro (A_f) per unità di larghezza della soletta risulta:

$$A_f = \sigma_c/(2\sigma_f)y = \sigma_c/(2\sigma_f)[m\beta s/(m + \sigma_f/\sigma_c)] \qquad (5)$$

Sostituendo i valori di M_r, P_v, e λ nelle (3) si ha:

I) $(\gamma_c \cdot s - \Delta P)(1 + E_l bh^3/(E_c s^3)) < P_n$

II) $$\frac{\gamma_c E_l bh^3 \varphi_c}{E_c s^3 \varphi_l} - \Delta P \left[1 + \frac{E_l bh^3}{E_c s^3} \frac{\varphi_c}{\varphi_l}\right] < P_n$$

III) $$P_n < \left[1 + \frac{E_l bh^3}{E_c s^3}\right] \frac{4m\beta^2(\sigma_f + 2/3 m\sigma_c)s^2}{L^2(\sigma_f/\sigma_c + m)}$$

IV) $$P_n < \left[1 + \frac{E_l bh^3}{E_c s^3} \frac{\varphi_c}{\varphi_l}\right] \frac{4m\beta^2(\sigma_f + 2/3 m\sigma_c)s^2}{L^2(\sigma_f/\sigma_c + m)} - \gamma_c s$$

* se $\varphi_c > \varphi_l$ ($\varphi_c/\varphi_l > 1$) occorre verificare tutte le 4 equazioni
* se $\varphi_c < \varphi_l$ occorre verificare solo la equazione I e IV.

Poniamo

$$E_l bh^3 = r$$

questo valore può essere calcolato da una prova di carico:

$$E_l bh^3 = 5/385 \cdot PL^4 \cdot 12/defl_{max}$$

Pongo, inoltre:

$$f = \varphi_c/\varphi_l$$

$$K = 4\ m\beta^2 (\sigma_f + 2/3\ m\sigma_c)/(\sigma_f/\sigma_c + m)^2$$

Le equazioni I - IV diventano:

A) $(\gamma_c \cdot s - \Delta P)(1 + r/(E_c \cdot s^3)) - P_n < 0$

B) $(\gamma_c \cdot r \cdot f/(E_c \cdot s^3) - \Delta P)(1 + rf/(E_c \cdot s^3)) - P_n < 0$

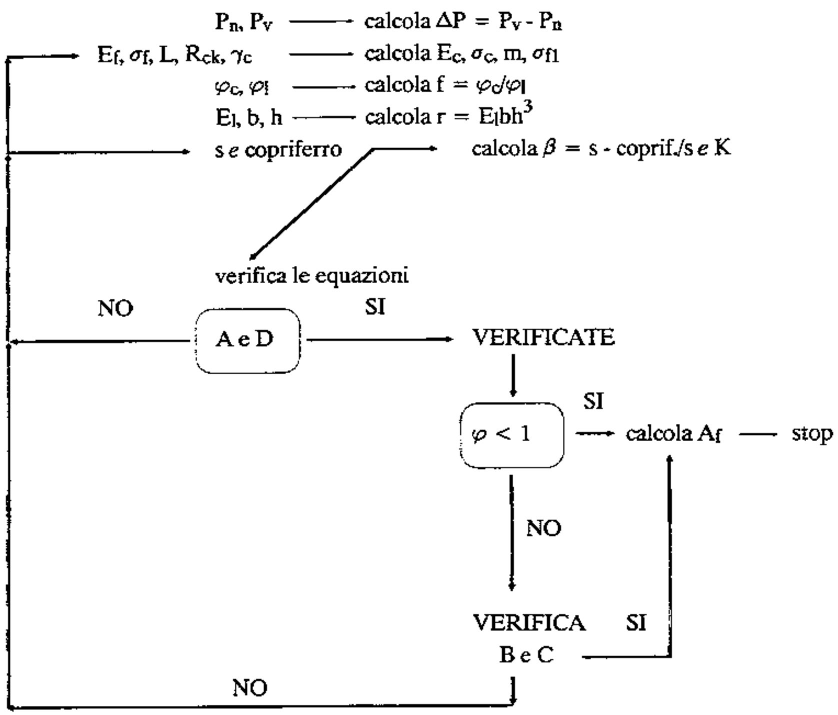
C) $P_n - Ks^2/L^2(1 + r/(E_c \cdot s^3)) < 0$

D) $P_n - Ks^2/L^2 (1 + rf/(E_c s^3)) + \gamma_c s < 0$

se $\varphi_c < \varphi_l$ verificare solo **A)** e **D)**.

FLOW-CHART

Inserisci i seguenti dati:



$E_c = 18000\sqrt{R_{ck}}$ in Kgf/cm^2 oppure $E_c = 5350\sqrt{R_{cm28}}$

$\sigma_c = 60 + (R_{ck} - 150)/4 \cdot 1.3$

$\sigma_{f1} = \sigma_f \cdot 1.3$

$m = E_f/E_c$

	γ_l (Kg/m3)	γ_l (fresco)	E_l (MPa)	σ_t (MPa)	σ_f (MPa)	σ_c (MPa)	τ (MPa)	S_a (%)	S (%)
AFRORMOSIA	760	---	11000	110	127	67	11	0.2	3.6
CASTAGNO	1000	580	7500	95	110	51	7.5	0.5	4
CIPRESSO	610	860	12500	85	90	48	8	0.4	4
CIRMOLO	450	870	10000	60	75	39	4.2	0.3	3
DOUGLAS FIR	520	---	12800	80	86	48	8	0.3	4.2
FAGGIO	730	1070	15000	110	115	62	8	0.3	5.8
IROKO	660	---	10200	80	117	55	9	0.3	3.5
LARICE	650	800	13800	107	94	50	9	0.3	3.6
MERANTI BIANCO	650	---	12400	80	97	48	6	0.4	3.8
MERANTI GIALLO	660	---	10700	80	92	47	6	0.4	4.0
MERANTI ROSSO SCURO	700	---	13200	72	108	57	7	0.4	3.6
PINO SILV.	550	850	13000	100	97	47	8	0.4	4.0
ROVERE BIANCO	750	---	11500	95	97	50	10	0.4	4.3
ROVERE	820	1000	13000	90	108	61	10	0.4	4.5

Legname: ROVERE

$$\left.\begin{array}{l} E_l = 13000\ N/mm^2 = 13 \cdot 10^6\ KN/m^2 \\ b = 0.12\ m \cdot 2\ travi/m = 0.24\ m/m \\ h = 0.15\ m \end{array}\right] r = 10530\ KN \cdot m$$

$\varphi_l = 2.5$

$\gamma_l = 10\ KN/m^3$

$\varphi_{lf} = 108\ N/mm^2 = 0.108\ KN \cdot 10^6/m^2 = 108 \cdot 10^3\ KN/m^2$

Calcestruzzo: $R_{ck} = 35 N/mm^2 — \bar{\sigma}_c = 6 + (35-15)/4 = 14.3 N/mm^2 = 14.3 \cdot 10^3\ KN/m^2$

$\gamma_c = 24\ KN/m^3$

$E_c = 5350\sqrt{35 + 3.5} = 33196\ N/mm^2 = 33196 \cdot 10^3\ KN/m^2$

$\varphi_c = 2.0$ ——— $f = 2/2.5 = 0.8$

Acciaio: $\bar{\sigma}_f = 2600\ Kg/cm^2 = 260\ N/mm^2 = 260 \cdot 10^3\ KN/m^2$

δ = copriferro = 0.02 m

$E_f = 210000\ N/mm^2 = 210000 \cdot 10^3\ KN/m^2$

LUCE SOLAIO = 3.5 m

SPESSORE SOLETTA (s) = 8 cm = 0.08 m

$\beta = (s-\delta)/s = (0.08 - 0.02)/0.08 = 0.75$

$m = 6.364$

$$K = \frac{4 \cdot 6.364\,(260 \cdot 10^3 KN/m^2 + 2/3 \cdot 6.364 \cdot 14.3 \cdot 10^3 KN/m^2)}{(260 \cdot 10^3\ \cancel{KN/m^2}/14.3 \cdot 10^3 \cancel{KN/m^2} + 6.364)^2} =$$

$= 13548.6\ KN/m^2$

VERIFICA:

A) $(24 KN/m^{\cancel{3}2} \cdot 0.08\cancel{m} - 0.57 KN/m^2)(1 + 10530 \cancel{KN} \cdot \cancel{m}/(33196 \cdot 10^3 \cancel{KN/m^2} \cdot 0.08^3 \cancel{m^3})) - 2.63\ KN/m^2 < 0$

$(1.35) \times (1.619)\ KN/m^2 - 2.63\ KN/m^2 < 0$

$2.18\ KN/m^2 - 2.63\ KN/m^2 < 0$

LA DISUGUAGLIANZA A) E' VERIFICATA

D) $2.63 KN/m^2 - 13548.6 KN/m^2 \cdot 0.08^2 \cancel{m^2}/3.5^2 \cancel{m^2}(1 + 10530 \cancel{KN} \cdot \cancel{m} \cdot 0.8/(33196 \cdot 10^3 \cancel{KN/m^2} \cdot 0.08^3 \cancel{m^3})) + 24\ KN/m^{\cancel{3}2} \cdot 0.08\ \cancel{m} < 0$

$2.63\ KN/m^2 - 10.58\ KN/m^2 + 1.92\ KN/m^2 < 0$

$-6.03\ KN/m^2 < 0$

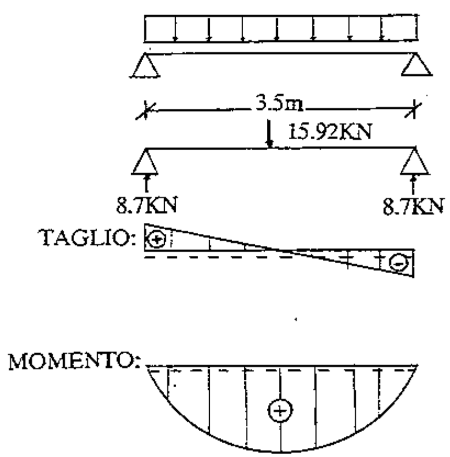
LA DISUGUAGLIANZA D) E' VERIFICATA

INOLTRE ESSENDO $f = \varphi_c/\varphi_l < 1$ LA SOLUZIONE ADOTTATA (Spessore della soletta = 8 cm) E' AMMISSIBILE

$$A_f = \frac{14.3 \cdot 10^3 \cancel{KN/m^2}}{2 \cdot 260 \cdot 10^3 \cancel{KN/m^2}}\left[\frac{6.364 \cdot 0.75 \cdot 0.08 m}{6.364 + 260 \cdot 10^3 \cancel{KN/m^2}/14.3 \cdot 10^3 \cancel{KN/m^2}}\right] = 4.28 \cdot 10^{-4} m$$

$= 4.28 \cdot 10^{-2} cm \cdot 100\ cm = 4.28\ cm^2$

Calcoliamo gli sforzi nel legno ipotizzando, a vantaggio di sicurezza che all'entrata in esercizio, tutto il carico (acc. + peso proprio) gravi sul solaio in legno:



$2.63 KN/m + 1.92 KN/m + 0.432 KN/m = 4.98 KN/m$

T

$T(z) = 8.96 - 4.98 \cdot z$

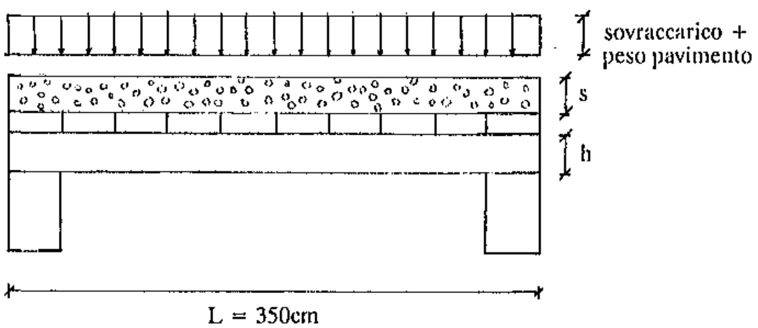
M

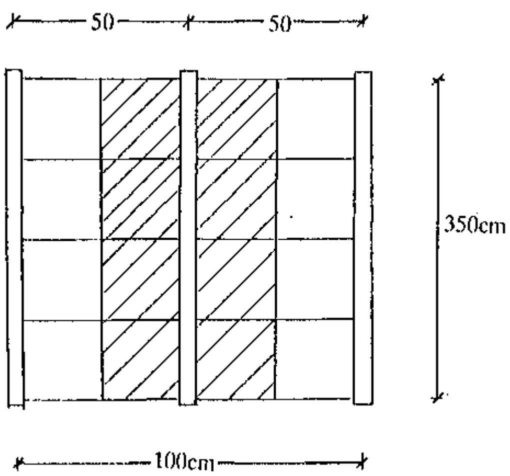
$M(z) = 8.96z - 4.98 \cdot z^2/2$

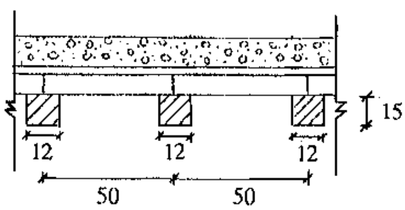
$M_{max} = 7.62\ KN/m$

$$\sigma_l = M_{max}/I \cdot h/2 = \frac{7.62\ KN \cdot \cancel{m} \cdot 6}{1/\cancel{12} \cdot 0.12\ \cancel{m} \cdot 0.15^{\cancel{3}\,2}\ m^{\cancel{3}\,2}} \cdot \frac{0.15\ \cancel{m}}{\cancel{2}} = 16445\ KN/m^3 \cdot$$

$\cdot$ 1 m $< 108000\ KN/m^2 = \sigma_{lf}$ = resistenza a trazione per flessione del rovere;
coefficiente di sicurezza = 6.37.







b = 24 cm
h = 15 cm
L = 350 cm

Sovraccarico accidentale = $2 KN/m^2$
Peso nuovo pavimento = $0.14 KN/m^2$
$0.24 KN/m^2$
$0.25 KN/m^2$

TOT = $0.63 KN/m^2$

Peso vecchio pavimento = $1.2 KN/m^2$

$P_n = 2 KN/m^2 + 0.63 KN/m^2 = 2.63 KN/m^2$

$P_v = 2 KN/m^2 + 1.20 KN/m^2 = 3,20 KN/m^2$

$\Delta P = 0.57 KN/m^2$